

Test la INFORMATICĂ

Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Fie M mulțimea tuturor numerelor naturale nenule care sunt divizibile cu 5, dar nu sunt divizibile cu 4. Fie un număr natural $n \geq 1$. Care dintre expresiile C/C++ de mai jos este echivalentă cu $n \in M$? **(4p.)**

- A. $(n \% 20 \neq 0)$ B. $(n \% 5 == 0) \ || \ (n \% 4 \neq 0)$
C. $!((n \% 5 \neq 0) \ || \ (n \% 20 == 0))$ D. $!((n \% 5 == 0) \ || \ (n \% 4 \neq 0))$

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

2. Se consideră subprogramul F de mai jos, descris în pseudocod. Subprogramul primește un număr natural nenul în parametrul n și întoarce un număr natural când se oprește.

- a. Care este valoarea returnată de subprogram pentru parametrul $n = 37$? **(6p.)**
b. Care este cel mai mare număr natural n mai mic decât 1000 astfel încât $F(n)$ să returneze 0? **(6p.)**
c. Scrieți în pseudocod un subprogram recursiv, echivalent cu F, care nu folosește instrucțiuni repetitive. **(4p.)**
d. Scrieți o funcție C/C++/Pascal care implementează subprogramul F alăturat. **(10p.)**

```
subprogram F(n)
    (n - număr natural nenul)
p ← 0
t ← 1
cât timp n ≠ 0
    dacă n este par atunci
        | p ← p + t
        n ← n / 2    (împărțire întreagă)
    t ← t * 2
returnează p
```

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pentru fiecare dintre itemii 1 și 2, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Fie G un graf neorientat conex, cu mulțimea de vârfuri V , având proprietățile: (a) fiecare vârf are cel mult 3 vecini și (b) există un vârf $u \in V$ astfel încât pentru orice $v \in V$ avem $d(u, v) \leq 5$, unde $d(u, v)$ reprezintă lungimea celui mai scurt drum dintre vârfurile u și v (ca număr de muchii). Care este numărul maxim de vârfuri din G ? **(5p.)**

- A. 46 B. 94 C. 125 D. 190

2. Care dintre cele patru variante de mai jos nu poate reprezenta secvența gradelor vârfurilor unui graf neorientat? **(5p.)**

- A. (1, 1, 1, 2, 2, 3) B. (1, 1, 3, 3, 3, 5) C. (1, 1, 2, 3, 4, 5) D. (1, 4, 4, 4, 4, 5)

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

3. Scrieți o funcție C/C++/Pascal cu numele `compute` care primește la intrare un număr natural a și efectuează următoarele operații:

- a) Verifică faptul că numărul a este format din cel puțin patru cifre, toate nenule. În caz contrar, funcția returnează -1 . **(2p.)**
b) Construiește numărul n format din cifrele de pe pozițiile impare ale lui a și numărul m format din cifrele de pe pozițiile pare ale lui a . Pozițiile cifrelor lui a sunt numerotate de la stânga la dreapta, începând cu poziția 1. De exemplu, dacă $a = 73528$, n va avea valoarea 758, iar m va avea valoarea 32. **(4p.)**

- c) Returnează 1 dacă numărul $n^m - n! - 1$ este multiplu de 10 și 0 în caz contrar. Soluția trebuie să țină cont de precizia limitată a reprezentării numerelor în C/C++/Pascal. Nu este permisă utilizarea unor biblioteci ajutătoare. (4p.)

4. O rețea de transport este formată din $m + n$ noduri. Nodurile numerotate de la 0 la $m - 1$ reprezintă garaje, iar nodurile numerotate de la m la $m + n - 1$ reprezintă locații. Fiecare garaj conține exact o mașină. Fiecare mașină parcurge 0 sau mai multe drumuri. Un drum pornește dintr-un garaj, trece printr-o serie de locații distincte și se termină în același garaj. Se știe că prin fiecare locație trece exact un drum. Mulțimea drumurilor parcurse de mașini este reprezentată printr-o matrice pătratică D , de dimensiune $m + n$, formată din elemente 0 și 1, unde $D[i][j] = 1$ dacă și numai dacă nodurile i și j apar succesiv, în această ordine, în cadrul unui drum.

- a) Pentru o rețea de transport cu $m = 2$ și $n = 5$, scrieți matricea D corespunzătoare drumurilor:
 $0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 6 \rightarrow 1$. (2p.)
- b) Scrieți în C/C++/Pascal o funcție `prev` care primește la intrare o matrice D corespunzătoare unei mulțimi de drumuri, valorile m, n și o locație i și returnează numărul nodului care îl precede pe i pe drumul ce conține locația i . (3p.)
- c) Scrieți în C/C++/Pascal o funcție `garages` care primește la intrare o matrice D corespunzătoare unei mulțimi de drumuri, valorile m, n și afișează, pentru fiecare locație, numărul garajului din care pornește drumul care trece prin acea locație. (5p.)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru itemul 1.

1. Se consideră funcția recursivă F de mai jos. Ce valoare va returna apelul $F(36)$? (5p.)

<pre>int F(int n) { int m = 1; int i; for (i = 2; i < n; ++i) { if (n % i == 0) { break; } } }</pre>	<pre>while (n % i == 0) { n /= i; m *= i; } if (n == 1) { return m * (i - 1) / i; } return F(n) * F(m); }</pre>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Pentru itemul 2, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

2. Care este cel mai mic număr întreg strict pozitiv pentru care funcția F de mai sus întoarce 10? (5p.)
 A. 11 B. 22 C. 36 D. 40

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

3. Fie graful neorientat $G = (V, E)$ cu vârfurile $V = \{0, 1, \dots, n - 1\}$ (unde $n \geq 1$) și muchiile E . Fiecare vârf $v \in V$ are asociată o culoare $col(v) \in \{0, 1, \dots, c - 1\}$ (unde $c \geq 1$). Culoarele accesibile dintr-un vârf $v \in V$ sunt culorile vârfurilor $w \in V$ pentru care există un drum de la v la w în G , inclusiv culoarea lui v .

- a) Fie $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $E = \{\{0, 2\}, \{0, 4\}, \{0, 5\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 6\}\}$. Culoarele sunt: $col(0)=3, col(1)=4, col(2)=3, col(3)=2, col(4)=2, col(5)=2, col(6)=0$. Găsiți un vârf $v \in V$ astfel încât numărul de culori **distincte** accesibile din v este maxim. (5p.)
- b) Funcția `maxColor` are ca parametri numerele naturale n și c (unde $n, c \geq 1$), mulțimea de muchii E și culorile vârfurilor. Mulțimea de muchii este reprezentată prin matricea de adiacență, iar culorile printr-un vector. Funcția `maxColor` găsește un vârf $v \in V$ astfel încât numărul de culori distincte accesibile din v este maxim și returnează acest maxim. Implementați funcția `maxColor` în C/C++/Pascal. (10p.)
- c) Funcția `maxConnect` are aceiași parametri ca funcția `maxColor`. Aceasta alege două vârfuri neadiacente v și w astfel încât, după adăugarea muchiei $\{v, w\}$, numărul returnat de funcția `maxColor` pe noul graf să fie maxim. Dacă există o astfel de muchie, atunci funcția returnează valoarea întoarsă de `maxColor` pe noul graf. Altfel funcția returnează -1 . Implementați funcția `maxConnect` în C/C++/Pascal. (5p.)