Chapter 1

Polimorfism

În Haskell, funcțiile suportă două tipuri de polimorfism:

1. polimorfism parametric;
2. polimorfism ad-hoc.

N.B. Tipurile de date suportă doar polimorfism parametric.

În polimorfismul parametric, funcția tratează uniform, la fel, toate tipurile posibile.

```
data Lista a = Vida | Cons a (Lista a) deriving (Eq, Show)
-- liste de elemente de tip a.

-- polimorfism parametric
lungime :: Lista a -> Int
lungime Vida = 0
lungime (Cons x tl) = 1 + lungime tl
```

Cu alte cuvinte, dacă avem o `Lista Int` sau o `Lista Bool` de aceeași lungime, funcția nu diferențiază între ele.

Altfel spus: dacă avem o `Lista Int` și înlocuim fiecare `Int` cu un `Bool` în mod consistent, funcția întoarce un același rezultat.

În polimorfismul ad-hoc, variabilele de tip sunt constrânse de apartenența la o clasă de tipuri:

```
-- polimorfism ad-hoc
qs :: Ord a => [a] -> [a]
--    ^^^^^
qs [] = []
qs (hd:tl) = qs (filter (<=hd) tl) ++ [hd] ++ qs (filter (>hd) tl)
```

În funcție de cum este definită instanța `Ord a`, funcția `qs` poate avea comportamente diferite (de exemplu, să ordoneze crescător o `[Int]` și "descrescător" o `[MyInt]`).

N.B. Marca polimorfismului parametric: lipsa constrângerilor de clasă asupra variabilelor de tip.

N.B. Marca polimorfismului ad-hoc: prezența constrângerilor.

O funcție poate prezenta atât polimorfism ad-hoc, cât și polimorfism parametric:

`ex :: Ord a => a -> a -> b -> b -> b ex x y u v = if x < y then u else v`

Polimorfismul parametric este un instrument puternic pentru a face raționamente despre cod (doar uitându-ne la signatura funcției, fără definiția asociată).

1.0.1 Exemplul 1

Spre exemplu, singura funcție cu signatura

```
ex1 :: a -> b
```

este functia care efectuează o buclă infinită pentru orice parametru:

```
ex1 x = ex1 x
```

Intuitiv, `ex1` nu știe cum altfel să producă o valoare de tip `b`, fiindcă `b` nu apare printre parametri.

1.0.2 Exemplul 2

Singurele funcții cu signatura

```
ex2 :: a -> a
```

sunt:

1. funcția care bucleaza la infinit;
2. funcția identitate:

   ```
   ex2 x = x
   ```

1.0.3 Exemplul 3

Pentru o funcție cu signatura:

```
ex3 :: [a] -> a
```

sunt mai multe opțiuni:

1. buclă infinită;
2. să întoarcă primul element;
3. să întoarcă al doilea element;
4. să întoarcă ultimul element;
5. să intoarcă un al n-lea element (în funcție de lungimea listei);
6. să bucleze la infinit pentru anumite lungimi de lista, dar să returnez un al n-lea element pentru celelalte lungimi.

În orice caz, avem următoarea garanție: dacă funcția se oprește, valoarea întoarsă este una dintre cele din listă (nu știu să produc alte elemente de tip `a`, fiindcă `a` ar putea la fel de bine să fie *orice* tip).

1.0.4 Teoreme gratuite

Avantajul polimorfismului parametric este dat de prezența așa numitor teorem gratuite.

Iată un exemplu de teoremă despre `ex3`:

Teoremă. Pentru orice implementare a funcției `ex3` cu signatura de mai sus, dacă `ex3 [1,2,3] == 2`, atunci `ex3 ['a','b','c'] == 'b'`.

Cei pasionați pot studia mai multe despre teoremele gratuite: `https://people.mpi-sws.org/~dreyer/tor/papers/wadler.pdf`.

Chapter 2

Evaluare lenesă

Cele mai multe limbaje de programare mainstream au evaluare (implicit) de tip "eager". Evaluarea în Haskell este de tip "lazy".

În evaluarea *eager*:

1. Pentru execuția unei instructiuni de atribuire `x = expresie` se evaluează întâi rezultatul expresiei, iar apoi rezultatul se memorează în variabila `x`.
2. Pentru apelul unei funcții `f(exp1, ..., expn)`, se evaluează întâi fiecare expresie `expi` ($1 \leq i \leq n$), iar apoi funcția este apelată propriu-zis.

Haskell are o strategie de evaluare care este la polul diametral opus: nicio expresie nu este evaluată decât dacă rezultatul evaluării este necesar în calculul final.

Putem observa acest lucru efectuând câteva experimente:

```
fib :: Int -> Int
fib 0 = 0
fib 1 = 1
fib x = fib (x - 1) + fib (x - 2)        --- (*)

-- Experimentul 1
a :: Int
a = let x = fib 100 in 2

-- Experimentul 2
b :: Int
b = let x = fib 100 in
    let y = 13 in
    if y > 10 then 2 else x

-- Experimentul 3
f :: Int -> Int -> Int
f x y = if x > 2 then y else x          --- (**)
```

Observați că evaluarea expresiei `a` durează foarte puțin timp.

Observați că evaluarea expresiei `b` durează foarte puțin timp.

Observați că evaluarea expresiei `f 1 (fib 100)` durează foarte puțin timp.

Strategia de evaluare lazy, spre deosebire de strategia folosită în limbajele C/C++/Java, nu necesită evaluarea argumentelor înainte de apelul funcției.

Cu evaluare eager, expresia `f 1 (fib 100)` ar fi evaluată după cum urmează:

```
-- Varianta 1 (eager):
f 1 (fib 100) =
                    (*)
f 1 (fib (100 - 1) + fib (100 - 2)) =
                    (definitia "-")
f 1 (fib 99 + fib (100 - 2)) =
                    (*)
f 1 ((fib (99 - 1) + fib (99 - 2)) + fib (100 - 2)) =
-- s.a.m.d.
```

Astfel, expresia `f 1 (fib 100)` este evaluată în Haskell după cum urmează:

```
-- reguli sistem:
-- if True then x else y = x     (3*)
-- if False then x else y = y    (4*)

-- Varianta 2 (lazy):
f 1 (fib 100) =
                                          (**)
if 1 > 2 then (fib 100) else 1 =
                                          (def. >)
if False then (fib 100) else 1 =
                                          (4*)
1.
```

De altfel, strategia lazy permite scrierea unei funcții care are comportament similar cu construcția `if-then-else`:

```
ite :: Bool -> a -> a -> a
ite True x y = x
ite False x y = y
```

În limbajul C, o astfel de funcție nu ar fi posibilă:

```
int ite(bool b, int x, int y)
{
  if (b) {
    return x;
  } else {
    return y;
  }
}
```

deoarece ar forța evaluarea argumentelor `x` și `y`.

În practică, fiecare variabilă în Haskell nu conținea o valoare, ci este un pointer spre o bucată de cod (thunk) care, dacă este executată, produce valoarea în cauză.

De exemplu, în programul `let x = fib 100 in 2`, variabila `x` conține un pointer spre un cod care calculează `fib 100`.

Există mai multe strategii lazy, iar Haskell folosește o strategie numită call-by-need, care evită evaluarea de mai multe ori pentru același argument. Vom studia mai multe despre strategii de evaluare în secțiunea despre lambda-calcul.

Un avantaj al evaluării lenește este că permite definirea de structuri de date aparent infinite:

```
listaAux :: Int -> [Int]
listaAux i = i : (listaAux (i + 1))   -- (E6)

listaNat :: [Int]
listaNat = listaAux 0                 -- (E5)
```

Conceptual, `listaNat` este lista tuturor numerelor naturale (în practică, `listaNat` este o functie care calculează această listă (dacă/când este necesar)).

Considerând funcțiile `(!!)` și `map` din biblioteca standard:

```
-- (!!) :: [a] -> Int -> a
-- (!!) (x:xs) 0 = x                    (E1)
-- (!!) (x:xs) n = (!!) xs (n-1)        (E2)
-- map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
-- map f [] = []                        (E3)
-- map f (x:xs) = (f x) : map f xs      (E4)
```

evaluarea expresiei `(map (+13) listaNat) !! 0` nu s-ar opri fără evaluare leneșă (deoarece apelul `(map (+13) listaNat)` ar bucla la infinit).

În schimb, cu evaluare leneșă, expresia `(map (+13) listaNat) !! 0` este evaluată după cum urmează:

```
(map (+13) listaNat) !! 0 =
                                      (E5)
(map (+13) (listaAux 0)) !! 0 =
                                      (E6)
(map (+13) (0 : (listaAux (0 + 1)))) !! 0 =
                                      (E4)
((+13) 0 : map (+13) (listaAux (0 + 1))) !! 0 =
                                      (E1)
(+13) 0 =
                                      (def. +)
13.
```

> Avantajul evaluării eager este că este mai ușor de rațional despre timpul de execuție al unui program.

> În limbajele transparente referențial, valoarea unei expresii este aceeași indiferent de strategia de evaluare.
>
> În limbajele care nu sunt transparente referențial, aceeași expresie poate să producă rezultate diferite, în funcție de strategia de evaluare.

> Folosirea unei strategii lazy este critică într-un limbaj pur funcțional (cum este Haskell) pentru a scrie programe imperative (e.g., care trimit mesaje în rețea, citesc un fișier, interacționează cu utilizatorul etc.)