

PENALIZARE EXACTĂ ȘI CONDIȚII DE OPTIMALITATE PENTRU EFICIENȚĂ PARETO DIRECȚIONALĂ

TEODOR CHELMUȘ AND MARIUS DUREA

1. REZUMAT

În această lucrare am studiat câteva noi posibilități de a aplica rezultate din analiza variațională în cadrul unor probleme abstracte de optimizare vectorială. Conceptul de eficiență direcțională Pareto introdus în [2] și rezultatele obținute în [4] și [3] ne-au oferit un imbold în demersul nostru.

Eficiența direcțională Pareto este un concept natural și flexibil. Acesta diferă de eficiența Pareto standard prin considerarea în spațiul de intrare a unei mulțimi de direcții care pornesc dintr-un punct a cărui eficiență o studiem, în schimbul unei bile în jurul punctului considerat. Paradigma direcțională ne oferă oportunitatea de a aborda situații care nu au un corespondent în cazul clasic al minimelor Pareto.

Studiul nostru pornește de la definiția eficienței direcționale în sens Pareto, dată în [2], unde minimalitatea este înțeleasă în raport cu o mulțime arbitrară de direcții din spațiul de intrare. Noutatea pe care am introdus-o în această definiție în lucrarea de față constă în considerarea în spațiul de ieșire unei mulțimi de direcții care definește conul de ordine. Forma părții din bila ce înconjoară un punct eficient ne-a determinat să îi studiem proprietățile topologice. Pe această bază, utilizând o tehnică standard de lărgire a conurilor, abordată în [10], obținem un instrument pe care îl folosim ulterior pentru a defini un concept de eficiență direcțională adecvată în spațiul de intrare.

Primul rezultat obținut în această lucrare este o teoremă de penalizarea de tip Clarke, urmată de o discuție cu privire la natura condiției Lipschitz care este necesară în situația noastră. Apoi, continuăm cu un rezultat de penalizare în cazul unei probleme de optimizare cu restricții date într-o formă funcțională generalizată. Continuând cu această din urmă problemă și folosind un rezultat din [4], am obținut condiții de optimalitate de tip Fritz-John făcând apel la unelte de diferențiabilitate de tip Mordukhovich pe spații finit dimensionale. Observăm astfel că, în cazul particular al eficienței standard Pareto, ipotezele pot fi relaxate și prezentăm un set de ipoteze care permite obținerea unui rezultat de tip Karush-Kuhn-Tucker. Mai mult, subliniem că rezultate similare pot fi obținute pentru alte tipuri de minime considerate în cadrul lucrării. O exemplificare a posibilelor informații suplimentare privind multiplicatorii care pot fi obținuți pentru o eficiență adecvată încheie lucrarea.

REFERENCES

- [1] T. Q. Bao and B. S. Mordukhovich, *Relative Pareto minimizers for multiobjective problems: existence and optimality conditions*, Math. Program. **122** (2010), 301–347.
- [2] T. Chelmuș, M. Durea and E. A. Florea, *Directional Pareto efficiency: concepts and optimality conditions*, J. Optim. Theory Appl. **182** (2019), 336–365.
- [3] M. Durea, M. Panțiruc and R. Strugariu, *A new type of directional regularity for mappings and applications to optimization*, SIAM J. Optim. **27** (2017), 1204–1229.
- [4] E. A. Florea and D. E. Maxim, *Directional openness for epigraphical mappings and optimality conditions for directional efficiency*, submitted.
- [5] A. Göpfert, H. Riahi, C. Tammer and C. Zălinescu, *Variational Methods in Partially Ordered Spaces*, Springer, Berlin, 2003.
- [6] J. Jahn, *Vector Optimization. Theory, Applications, and Extensions*, Springer, Berlin, 2004.
- [7] P. Q. Khanh and N. M. Tung, *Higher-Order Karush–Kuhn–Tucker Conditions in Nonsmooth Optimization*, SIAM J. Optim. **28** (2018), 820–848.
- [8] B.S. Mordukhovich, *Variational Analysis and Generalized Differentiation*, Vol. I: Basic Theory, Vol. II: Applications, Springer, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften (A Series of Comprehensive Studies in Mathematics), Vol. 330 and 331, Berlin, 2006.
- [9] J.J. Ye, *The exact penalty principle*, Nonlinear Anal. **75** (2012), 1642–1654.
- [10] A. Zaffaroni, *Degrees of efficiency and degrees of minimality*, SIAM J. Control Optim. **42** (2003), 1071–1086.

Email address: teodor.chelmuș@uaic.ro

Email address: durea@uaic.ro

(T. Chelmuș) FACULTATEA DE MATEMATICĂ, UNIVERSITATEA "ALEXANDRU IOAN CUZA" DIN IAȘI, ROMANIA ȘI INSTITUTUL DE CERCETĂRI INTERDISCIPLINARE UAIC, DEPARTAMENTUL INTERDISCIPLINAR ȘTIINȚE.

(M. Durea) FACULTATEA DE MATEMATICĂ, UNIVERSITATEA "ALEXANDRU IOAN CUZA" DIN IAȘI, ROMANIA ȘI INSITITUTUL DE MATEMATICĂ "OCTAV MAYER" AL ACADEMIEI ROMÂNE, IAȘI, ROMANIA